量子ドットにおけるコンダクタンス ゆらぎの実験の現状

サブミクロンスケールの回路素子を作製する半導体微細加工技術で作られた、量子細線や量子ドット内での低温磁気伝導度ゆらぎを詳細に解析することで、理論予測されているカオティックキャビティー中でのカオスやフラクタル挙動に関する実験がこの１０年来行われている。特に、１９９２年スタンフォード大学マーカスらによるカオス挙動の実験研究が有名である。彼等は、丸型やスタジアム型キャビティー内での電子の運動軌道面積分布から予想される磁気抵抗の零磁場近傍での負の磁気抵抗ピーク線形から、カオス挙動を推測する解析を行っている。これらの解析の問題点を掘り起こすことから始めて、バリスティック伝導を示す量子ドットや量子ドット列における、磁気伝導度ゆらぎのフラクタル挙動について最近報告されている実験例についていくつか紹介する。

千葉大学工学部　落合勇一

はじめに

半導体ヘテロ接合などの２次元電子系（２ＤＥＧ）中の電子の運動は、平均自由行程が微細回路素子の大きさと同じかもしくは長くなるので、弾道的（バリスティック）になり、かつ波動的な量子効果も現われてくる。しかしながら、電子波のフェルミ波長が数 10ｎｍであるＧａＡｓ系の２ＤＥＧでは、平均自由行程を１０μｍと十分長くできるので、その電子波の挙動は古典的なバリスティック運動と考えることも可能である。したがって、大きさが数μｍのカオティックキャビティー内では、電子はバリスティックな古典粒子として何周かしていると考えることもできる。まさにマーカスらはこの点に注目して、円形ビリアード内での規則軌道運動あるいはスタジアム形ビリアード内でのカオス的な運動をそのような形のキャビティー内で実現させようと考えた。[1]

このような量子ドット実験で重要となる主な定量パラメータは、温度（T）、ビリアード内面積（A_B）、２ＤＥＧの電子濃度（n_{2d}）、そして電子波の出入口にある量子ポイントコンタクト（ＱＰＣ）での電子波モード数（n）である。ビリアード内のダイナミックスを考える際にはこれらのパラメータを用いて、電子波の位相干渉時間（τ_ϕ）やビリアード内トラップ時間（τ_q）、ビリアードの量子ドットとしての平均エネルギー準位間隔（Δ）等が算定される。たとえば、τ_qはτ_ϕから推定したり、ビリアード内での電子波の位相干渉効果に由来する磁気抵抗ゆらぎを解析することで求められ[2]、Δは$h^2/2\pi m^* A_B$で与えられる。したがって、この種の電子波ダイナミックスには半古典的な取り扱いがよく適用されている。

半導体キャビティーでのカオス実験

１０年程前、ジェラバードら[3]やバランジャーら[4]が予想し、マーカスら[1]やチャンら[5]の実験で示されたように、バリスティック系での零磁場ピークがほんとうにカオスやレギュラー軌道をそれぞれ生じる円形やスタジアム形のキャビティーを区別するようにして現われるのであろうか。この疑問に答える一つの解答が、アリゾナ州立大学バードらの矩形量子ドット[6]の実験によって得られている。この研究によれば、バリスティック系での弱局在ピークは、ゲート電圧を制御してドットの大きさを極くわずか変化させただけでも、非常に敏感に、線形なカスプ状（レギュラー）と緩やかなローレンツ型（カオス）との間の頻繁な転移を繰り返すことが示された。しかし、この場合のτ_qの値から考えると電子波はキャビティー内を高々１０回程度周回するにすぎない。もし、マーカスらが提唱したように、キャビティーがカオス形からレギュラー形と変化してそれが零磁場ピークに反映されると考えるならば、矩形キャビティーの形そのものがほとんど変化しないこの場合においてカオス・レギュラー転移が何回も繰り返す結果はかなり説明が困難であろう。さらに、バードら[6]は矩形ドットのポテンシャル・プロファイルを考慮に入れた計算機シミュレー

ションにより、キャビティー内電子波の伝播を波動関数スカーで解析し、ゲート電圧に依存しているキャビティーの大きさに対応して、零磁場近傍での磁気伝導ピークが頻繁に形状変化していることを示した。また、同じ頃サウスウエールズ大学のテイラーら[7]による、正方形ドットの中に丸い散乱体を導入した、いわゆるシナイビリアード中の低温磁気伝導実験においても、ゲート電圧変化に敏感な零磁場ピークの線形変化が報告されている。この間、アンチドット系でのカオティック軌道の実験がＮＥＣの二瓶ら[8]によって行われたが、量子ドット系でのカオティック軌道の実証についてはまだはっきりした結論に至っていない。

磁気伝導ゆらぎのフラクタル挙動

さらにテイラーらのシナイビリアードの実験においては、はじめて４重の自己相似階層構造を有する磁気抵抗が観測され、量子ゆらぎにおけるフラクタル挙動がはっきりと確認された。その後、このテイラーのグループの一員である、ミコリッヒら[9]はこのようなカオティックキャビティー中での磁気抵抗伝導度ゆらぎのフラクタル挙動を自己相似階層構造によるフラクタル性の解析だけでなく、統計的なフラクタル性をいくつかの方法で解析している。それらのひとつは、海岸線のフラクタル次元、D_F、を解析するときによく使われる方法で、磁気抵抗パターンをメッシュで区切った単位ボックス域を変数とし、その中の占める領域を統計的に数えるボックスカウンティングである。別の方法はケツメリック[10]の提案した、量子ゆらぎの相関関数解析であり、彼はこのゆらぎを分数ブラウン運動と類似しているとしてそのべき乗則からD_Fを算定している。テイラーやミコリッヒによる一連の仕事からわかったことは、統計的なD_Fが先のΔと、温度Tやτ_qに依存したそのエネルギー準位の広がりとの比でスケールされる、ということである。このスケール則では、この比が０に近づく古典極限と量子域である比が１０以上のところで、D_Fが１となり、ちょうどその比が１になったところ、すなわち半古典論的特徴が一番顕著になるあたりで、D_Fの最大値、１．５７となるのが注目される。そして、このスケール則はキャビティーの形状や大きさにはよらず、n_{2d}やポテンシャル形状にもほとんど依存しないようであると報告している。しかしながら、自己相似階層構造のフラクタル挙動と統計的なフラクタル性の起源との関連性についてはまだ明らかにされていない。

むしろこの実験で重要なのは、この自己相似階層構造の原因が、シナイビリアード中の散乱体にあることを指摘している点である。磁気抵抗ゆらぎの統計的なフラクタル挙動はビリアード中に散乱体がなくとも、キャビティー壁のソフトなポテンシャルを仮定すれば説明可能であり、その自己相似階層構造に関しては散乱体の存在が不可欠であることを指摘している。そして、統計的なフラクタル性を有する磁気抵抗ゆらぎのモデルについては、キャビティー内のソフト壁ポテンシャルに散乱される電子波がコメンシュレイトなＡＢ軌道を何周するかして、かつ大きさの異なった多くの周回軌道を足し合わせる、まさにＡＡＳ的な減衰余弦関数で表現できると仮定している。その延長上で考えると、よりフラクタル性が顕著な自己相似階層構造はシナイビリアードの散乱体による後方散乱増大に起因した減衰係数の変化によって、伝導度ゆらぎに反映されると推測している。そして、このように考えた減衰余弦関数は自己相似階層構造を持っているワイエルシュトラウス関数によく似ていることから、以上の散乱過程がフラクタル性の起源と関係あるのにちがいないと述べている。

同じ頃、大阪市立大学の川畑や中村[11]はこのようなカオティックキャビティーの位相空間モデルとしては、カオス・レギュラーの混合系が重要であることを提唱し、その磁気伝導度に寄与するＡＢ効果やＡＡＳ効果等の位相干渉効果について、磁気伝導度の詳細な解析を行っている。さらに最近では、ブディヨノと中村[12]によって、伝導度ゆらぎの自己相似階層構造に関する説明がなされていて、本研究会でも発表されている。これは、キャビ

ティー入口のＱＰＣ近傍にサドルポテンシャルを考えて、久保公式を用いた半古典論による磁気伝導度計算である。ここでは、三角形のヘノン・ハイレスーポテンシャルが生成させているサドルポテンシャルを考えることにより、前述したようなワイエルシュトラウス型関数の磁気抵抗を導出可能であり、これが自己相似階層構造のもとになっていることを述べるとともに、カオス・レギュラー混合系の重要性についても指摘されている。

テイラーやミコリッヒらの実験ですでに報告されている磁気伝導度の自己相似階層構造の実験であるが、彼等は自己相似階層構造が観測されるためには、キャビティー内の散乱体が不可欠であることを述べている。しかしながら、千葉大学と理研の共同研究の実験では、対称性の高いキャビティー形状ではその内部に散乱体を入れない場合、磁気抵抗に自己相似階層構造を認めることは困難であるが[13]、対称性が低い場合は彼らの実験ほど多重度は小さいが明らかに自己相似階層構造が見られることを示している[14]。下の図にあるよう実験に使われた非対称なキャビティーは片側が大きなゲート電極となっているいくつかのＱＰＣからなり、中心のＱＰＣゲートを制御することによりキャビティーの大きさを変えることができる。観測された磁気伝導度には、図に示すような３重の自己相似階層構造がいくつか現れている。いまのところ統計的なフラクタル性との相関もありそうであるが、これに関してはさらにデータを集めて検討する必要がある。

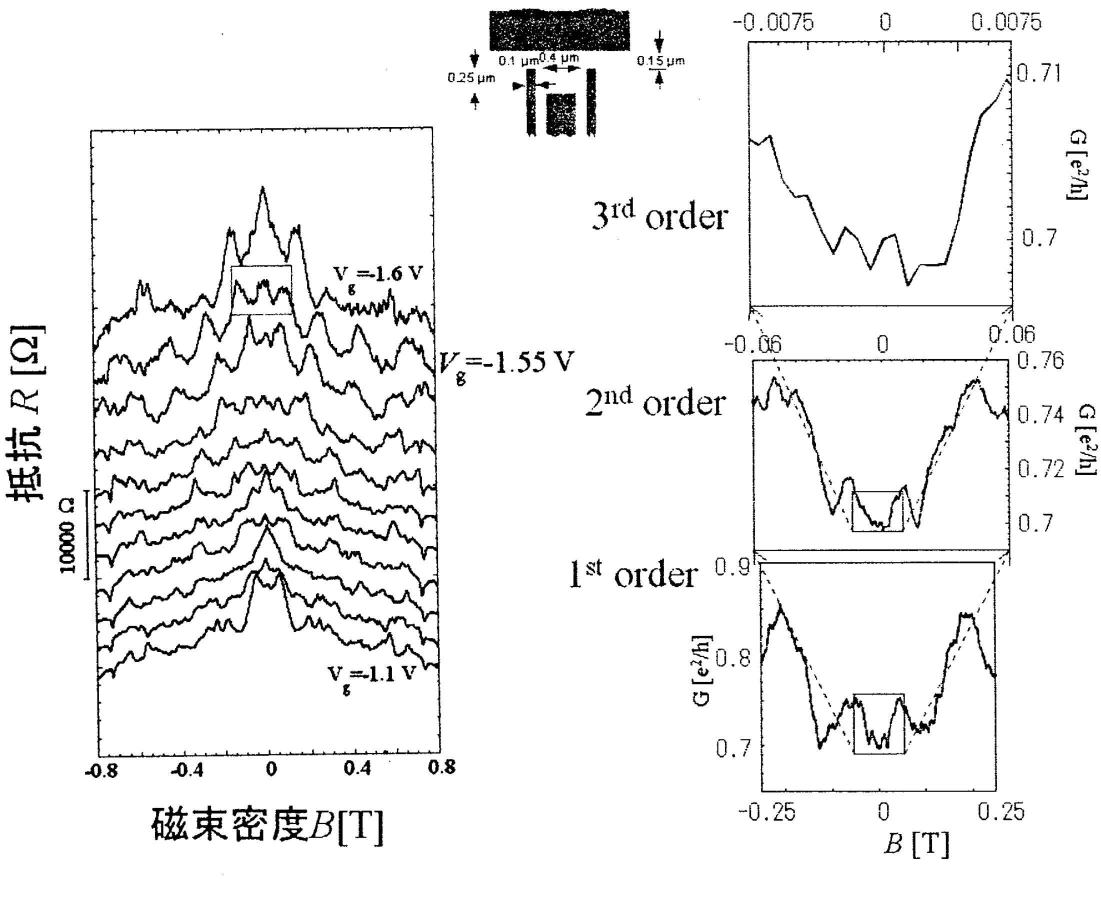

図１．非対称キャビティでの磁気伝導実験[14]

以上最近なされたカオティックキャビティーの実験をまとめると、カオス・レギュラー転移に関しては多少問題があるものの、フラクタル挙動に関してはある程度説得性のある仕事が行われている。これらは量子ラッチェットなど[15]の興味ある話題に進展していて、今後のカオス複雑系がナノサイエンスに貢献していく有力な研究のひとつであると考えられる。

文献

1. CW Marcus et al., Phys.Rev.Lett.,69(1992)506.
2. DK Ferry and SM Goodnick, Transport in Nanostructures, Cambridge Univ. Press,1997.
3. RA Jalabert et al., Phys.Rev.Lett.,65(1990)2442.
4. HU Baranger et al., Phys.Rev.Lett., 70(1993)3876.
5. AM Chang et al., Phys.Rev.Lett., 73(1994)2111.
6. JP Bird et al., Chaos, Solitons Fractals 8(1997)1299.
7. RP Taylor et al., Phys.Rev.Lett., 78(1997)1952.
8. F Nihey etal., Phys.Rev., B51(1995)4649.
9. AP Micolich et al., Phys.Rev.Lett., 87(2001)036802.
10. R Ketzmerick, Phys.Rev., B54(1996)10841.
11. S Kawabata and K Nakamura, J.Phys.Soc.Jpn., 65(1996)3708.
12. A Budiyono and K Nakamura, private communucation.
13. Y.Ochiai et al., Semicond.Sci.Technol.13(1998)A13.
14. L-H Lin et al., in reparation.
15. H Linke et al., Proc. 25^{th} ICPS., Osaka 2000 (Eds. N Miura and T Ando) 1009.